بارم

ب

$y = \sin x \quad , \quad y = \cos(x - \frac{\pi}{۲})$

$\begin{cases} y_۱ = \sin x \\ y_۲ = \cos(x - \frac{\pi}{۲}) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

بارم

پ

$y = \cos x \quad , \quad y = \sin(\frac{\pi}{۲} + x)$

$\begin{cases} y_۱ = \cos x \\ y_۲ = \sin(\frac{\pi}{۲} + x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

بارم

ت

$y = \cos x \quad , \quad y = \cos(۲\pi - x)$

$\begin{cases} y_۱ = \cos x \\ y_۲ = \cos(۲\pi - x) = \cos(-x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

بارم

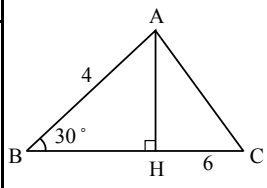
ث

$y = \sin x \quad , \quad y = \sin(۵\pi - x)$

$\begin{cases} y_۱ = \sin x \\ y_۲ = \sin(۵\pi - x) = \sin(۴\pi + \pi - x) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

بارم

۵ مساحت مثلث مقابل را بدست آورید.



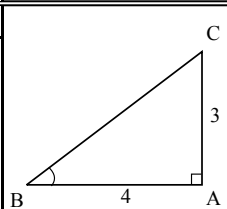
پاسخ: ارتفاع AH را بر ضلع BC وارد می‌کنیم و داریم:

$\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB} \rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{AH}{AB} \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{AH}{۴} \rightarrow \boxed{AH = ۲}$

$\rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲} AH \cdot BC = \frac{۲ \times ۶}{۲} \rightarrow \boxed{S_{\Delta ABC} = ۶}$

بارم

۶ در شکل مقابل نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی B را بدست آورید.



$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \rightarrow BC^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ \rightarrow BC^۲ = ۱۶ + ۹$

$\rightarrow BC^۲ = ۲۵ \rightarrow \boxed{BC = ۵}$

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \boxed{\sin \hat{B} = \frac{۳}{۵}} \quad , \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \boxed{\cos \hat{B} = \frac{۴}{۵}}$

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \hat{B} = \frac{۳}{۴}} \quad , \quad \cot \hat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \hat{B} = \frac{۴}{۳}}$

۷ بارم

اگر در یک مثلث $AB = ۴$ و $AC = ۵$ و $\widehat{A} = ۶۰^\circ$ باشد مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

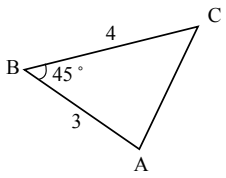
$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB \times AC \times \sin \widehat{A} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \boxed{S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۵\sqrt{۳}}$$

۸ بارم

اگر در یک مثلث طول دو ضلع ۳ و ۴ و زاویه‌ی بین دو ضلع ۴۵° باشد، مساحت مثلث را بدست آورید.

$$a = ۴ \ , \ c = ۳ \ , \ \widehat{B} = ۴۵^\circ \rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} a \cdot c \cdot \sin \widehat{B} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۳ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\rightarrow \boxed{S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۳\sqrt{۲}}$$



۹ بارم

۴ رادیان معادل چند درجه است؟

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\text{رادیان } \pi} \rightarrow \frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{۴}{۳/۱۴} \rightarrow \boxed{D \simeq ۲۲۹/۳^\circ}$$

۱۰ بارم

اگر در دایره‌ای به شعاع ۳ متر، کمانی به طول ۷/۸۵ متر روبرو به زاویه‌ی مرکزی α باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی α چند درجه و چند رادیان است؟

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{۷/۸۵}{۳} = \frac{۲/۵ \times ۳/۱۴}{۳} \rightarrow \alpha = \frac{۵\pi}{۶} \text{ رادیان} \quad \text{یا} \quad \alpha = ۱۵۰^\circ$$

۱۱ بارم

اگر $\sin \alpha = \frac{۱}{۴}$ و $\cos \alpha < ۰$ باشد، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی α را بدست آورید.

$$\cos^۲ \alpha = ۱ - \sin^۲ \alpha = ۱ - (\frac{۱}{۴})^۲ = ۱ - \frac{۱}{۱۶} \rightarrow \cos^۲ \alpha = \frac{۱۵}{۱۶} \rightarrow \boxed{\cos \alpha = -\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{-\sqrt{۱۵}}{۴}} \rightarrow \tan \alpha = \frac{-۱}{\sqrt{۱۵}} \times \frac{\sqrt{۱۵}}{\sqrt{۱۵}} \rightarrow \boxed{\tan \alpha = \frac{-\sqrt{۱۵}}{۱۵}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{-\sqrt{۱۵}}{۴}}{\frac{۱}{۴}} \rightarrow \boxed{\cot \alpha = -\sqrt{۱۵}}$$

۱۲ بارم

اگر $\tan x = -\frac{۱}{۲}$ و $\cos x < ۰$ باشد، مقدار $\sin x$ را به دست آورید.

$$\tan x = -\frac{۱}{۲} \ , \ \cos x < ۰ \rightarrow ۹۰^\circ < x < ۱۸۰^\circ \quad \text{یا} \quad x = \text{ناحیه‌ی دوم}$$

$$\cot x = \frac{۱}{\tan x} = \frac{۱}{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow \boxed{\cot x = -۲}$$

$$۱ + \cot^۲ x = \frac{۱}{\sin^۲ x} \rightarrow ۱ + (-۲)^۲ = \frac{۱}{\sin^۲ x} \rightarrow ۵ = \frac{۱}{\sin^۲ x} \rightarrow \sin^۲ x = \frac{۱}{۵}$$

$$\rightarrow \sin x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{\sqrt{۵}}{۵}}$$

۱۳ بارم

اگر $\sin\theta = -\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد، آنگاه $\tan\theta$ چقدر است؟

$$\cos^۲\theta = ۱ - \sin^۲\theta = ۱ - (-\frac{\sqrt{۵}}{۵})^۲ = ۱ - \frac{۵}{۲۵} \to \cos^۲\theta = \frac{۲۰}{۲۵} \to \boxed{\cos\theta = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{\sqrt{۵}}{۵}}{-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}} \to \boxed{\tan\theta = \frac{۱}{۲}}$$

۱۴ بارم

اگر $\sin\alpha = -\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ و انتهای کمان α در ناحیه‌ی چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، مقدار $\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha)$ را بدست آورید.

$$\sin\alpha = -\frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \to \cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲\alpha = ۱ - (-\frac{۲\sqrt{۲}}{۳})^۲$$

$$\to \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۸}{۹} = \frac{۱}{۹} \xrightarrow{\text{ناحیه‌ی چهارم}} \boxed{\cos\alpha = \frac{۱}{۳}}$$

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{۱}{۳}$$

۱۵ بارم

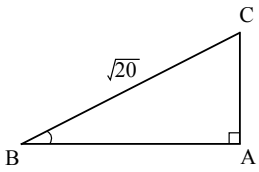
دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر مفروض است. اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به کمانی به طول ۸ سانتی‌متر از این دایره چند رادیان است؟

$r = ۱۰cm \quad \ell = ۸cm$

$$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{۸}{۱۰} \to \boxed{\alpha = ۰/۸ \quad \text{رادیان}}$$

۱۶ بارم

اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، طول وتر BC برابر $\sqrt{۲۰}$ و $\sin\widehat{B} = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$ باشد، طول اضلاع AB و AC و سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی B را بدست آورید.



$$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC} \to \frac{\sqrt{۵}}{۵} = \frac{AC}{\sqrt{۲۰}} \to AC = \frac{\sqrt{۲۰}\times\sqrt{۵}}{۵} = \frac{\sqrt{۱۰۰}}{۵} = \frac{۱۰}{۵}$$

$$\to \boxed{AC = ۲} \quad , \quad BC^۲ = AC^۲ + AB^۲ \to (\sqrt{۲۰})^۲ = ۲^۲ + AB^۲$$

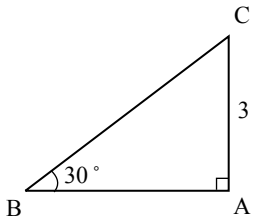
$$\to ۲۰ = ۴ + AB^۲ \to AB^۲ = ۱۶ \to \boxed{AB = ۴}$$

$$\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{۴}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۴}{۲\sqrt{۵}} \to \cos\widehat{B} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} \to \boxed{\cos\widehat{B} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$$

$$\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB} \to \boxed{\tan\widehat{B} = \frac{۱}{۲}} \quad , \quad \cot\widehat{B} = \frac{AB}{AC} \to \boxed{\cot\widehat{B} = ۲}$$

۱۷ بارم

اگر در مثلث ABC $(\widehat{A} = ۹۰^\circ)$ $\widehat{B} = ۳۰^\circ$ و $AC = ۳$ باشد، طول ضلع‌های AB و BC را بدست آورید.



$$\sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}\to\sin ۳۰^\circ=\frac{AC}{BC}\to\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{BC}\to\boxed{BC=۶}$$

$$\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}$$

۱۸ بارم

معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $(\sqrt{۳},-۲)$ گذشته و با جهت مثبت محور xها زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد.

$$y=ax+b\to a=\tan ۶۰^\circ=\sqrt{۳}\to y=\sqrt{۳}x+b\xrightarrow{(\sqrt{۳},-۲)}$$

$$-۲=\sqrt{۳}(\sqrt{۳})+b\to -۲=۳+b\to b=-۵\to y=\sqrt{۳}x-۵$$

۱۹ بارم

مقدار عبارت $\sin(\frac{-۱۷۹\pi}{۶})+\cos(\frac{-۱۷۹\pi}{۶})$ را بدست آورید.

$$\sin(\frac{-۱۷۹\pi}{۶})+\cos(\frac{-۱۷۹\pi}{۶})=-\sin(\frac{۱۷۹\pi}{۶})+\cos(\frac{۱۷۹\pi}{۶})$$

$$=-\sin(۳۰\pi-\frac{\pi}{۶})+\cos(۳۰\pi-\frac{\pi}{۶})=-(-\sin\frac{\pi}{۶})+\cos\frac{\pi}{۶}=\sin\frac{\pi}{۶}+\cos\frac{\pi}{۶}$$

$$=\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$$

۲۰ بارم

اگر $\sin\theta=-\frac{۳}{۵}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه‌ی θ در ربع چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را بدست آورید.

$$\sin\theta=-\frac{۳}{۵}\to\cos^۲\theta=۱-\sin^۲\theta=۱-(-\frac{۳}{۵})^۲=۱-\frac{۹}{۲۵}\to\cos^۲\theta=\frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\to\boxed{\cos\theta=+\frac{۴}{۵}}\quad,\quad\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{۳}{۵}}{\frac{۴}{۵}}\to\boxed{\tan\theta=-\frac{۳}{۴}}$$

$$,\ \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{-۳}{۵}}\to\boxed{\cot\theta=-\frac{۴}{۳}}$$

۲۱ بارم

در هر یک از حالت‌های زیر حدود زاویه‌ی θ را مشخص کنید.

الف) $\begin{cases}\sin\theta<۰\\ \cot\theta>۰\end{cases}$

ب) $\begin{cases}\cos\theta<۰\\ \tan\theta<۰\end{cases}$

پ) $\begin{cases}\sin\theta>۰\\ \cos\theta<۰\end{cases}$

الف) $\left.\begin{cases}\sin\theta<۰\to\theta=۴\text{ یا ربع }۳\\ \cot\theta>۰\to\theta=۳\text{ یا ربع }۱\end{cases}\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک}}\theta\text{ در ربع }۳\text{ قرار دارد}$

ب) $\left.\begin{cases}\cos\theta<۰\to\theta=۳\text{ یا ربع }۲\\ \tan\theta<۰\to\theta=۴\text{ یا ربع }۲\end{cases}\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک}}\theta\text{ در ربع }۲\text{ قرار دارد}$

پ) $\left.\begin{cases}\sin\theta>۰\to\theta=۲\text{ یا ربع }۱\\ \cos\theta<۰\to\theta=۳\text{ یا ربع }۲\end{cases}\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک}}\theta\text{ در ربع }۲\text{ قرار دارد}$

۲۲ بارم

اگر $\tan\theta=\frac{۱}{۲}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه‌ی θ در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را بدست آورید.

$$\tan\theta=\frac{۱}{۲}\rightarrow\cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\rightarrow\boxed{\cot\theta=۲}$$

$$۱+\tan^{۲}\theta=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow۱+(\frac{۱}{۲})^{۲}=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow\frac{۵}{۴}=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}$$

$$\rightarrow\cos^{۲}\theta=\frac{۴}{۵}\rightarrow\boxed{\cos\theta=-\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$$

$$۱+\cot^{۲}\theta=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\rightarrow۱+۲^{۲}=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\rightarrow۵=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\rightarrow\sin^{۲}\theta=\frac{۱}{۵}\rightarrow\boxed{\sin\theta=-\frac{۱}{\sqrt{۵}}}$$

۲۳ بارم

اگر $\cot\theta=-\frac{۱}{۳}$ و $۹۰^\circ<\theta<۱۸۰^\circ$ باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی θ را بدست آورید.

~~θ در ربع دوم قرار دارد~~

$$\tan\theta=\frac{۱}{\cot\theta}=\frac{۱}{\frac{-۱}{۳}}\rightarrow\boxed{\tan\theta=-۳}$$

$$۱+\cot^{۲}\theta=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\rightarrow۱+(-\frac{۱}{۳})^{۲}=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\Rightarrow۱+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}$$

$$\rightarrow\frac{۱۰}{۹}=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\Rightarrow\sin^{۲}\theta=\frac{۹}{۱۰}\rightarrow\boxed{\sin\theta=\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}$$

$$۱+\tan^{۲}\theta=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow۱+(-۳)^{۲}=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow۱۰=\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}\rightarrow\cos^{۲}\theta=\frac{۱}{۱۰}\rightarrow\boxed{\cos\theta=\frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}}$$

۲۴ بارم

دایره‌ای به شعاع $۶cm$ مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی مقابل به کمانی به طول $۱۰\ cm$ چند رادیان و چند درجه است؟

$$\alpha=\frac{l}{r}=\frac{۱۰}{۶}\rightarrow\boxed{\alpha=\frac{۵}{۳}\ rad}$$

$$D=\frac{\frac{۵}{۳}}{\pi}\times۱۸۰\rightarrow D=\frac{۳۰۰}{\pi}\rightarrow\boxed{D\simeq۹۵٫۵^\circ}$$

۲۵ بارم

در دایره‌ای به شعاع ۵ متر طول کمان روبرو به زاویه‌ی ۱۲۰° چند متر است؟

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ}=\frac{R}{\pi}\rightarrow\frac{۱۲۰^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{R}{\pi}\rightarrow R=\frac{۲\pi}{۳}\quad\text{رادیان}$$

$$l=\alpha\cdot r\rightarrow l=\frac{۲\pi}{۳}\times۵\rightarrow\boxed{l=\frac{۱۰\pi}{۳}\ \text{متر}}$$

۲۶ بارم

اگر دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{۵}$ رادیان و $\frac{۲\pi}{۵}$ رادیان باشد، نوع مثلث را مشخص کنید.

$$\widehat{A}=\frac{۲\pi}{۵}\ ,\ \widehat{B}=\frac{\pi}{۵}\rightarrow\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=\pi\rightarrow\frac{۲\pi}{۵}+\frac{\pi}{۵}+\widehat{C}=\pi$$

$$\rightarrow\frac{۳\pi}{۵}+\widehat{C}=\frac{۵\pi}{۵}\rightarrow\widehat{C}=\frac{۲\pi}{۵}\ ,\ \widehat{A}=\widehat{C}=\frac{۲\pi}{۵}\rightarrow\quad\text{مثلث متساوی الساقین}$$

۲۷ بارم

اگر در یک چهارضلعی، سه زاویه بصورت $\frac{۷\pi}{۱۲}$ رادیان، $\frac{\pi}{۳}$ رادیان و $\frac{۵\pi}{۶}$ رادیان باشند، زاویه‌ی چهارم این چهارضلعی چند رادیان و چند درجه است؟

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی}=۳۶۰^\circ\rightarrow\frac{۷\pi}{۱۲}+\frac{\pi}{۳}+\frac{۵\pi}{۶}+x=۲\pi$$

$\rightarrow \frac{۷\pi}{۱۲}+\frac{۴\pi}{۱۲}+\frac{۱۰\pi}{۱۲}+x=\frac{۲۴\pi}{۱۲} \rightarrow x=\frac{۲۴\pi}{۱۲}-\frac{۲۱\pi}{۱۲} \rightarrow \boxed{x=\frac{\pi}{۴} \text{ رادیان}}$ یا $\boxed{x=۴۵^\circ}$

۲۸ بارم

اگر $\tan\theta=-۲$ و $\sin\theta<۰$ باشد، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را بدست آورید.

$\tan\theta<۰\ ,\ \sin\theta<۰ \rightarrow ۲۷۰^\circ<\theta<۳۶۰^\circ$ یا $\theta=$ ربع چهارم

$\tan\theta=-۲ \rightarrow \cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}=\frac{۱}{-۲} \rightarrow \boxed{\cot\theta=-\frac{۱}{۲}}$

$۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow ۱+(-۲)^۲=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow ۵=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow \cos^۲\theta=\frac{۱}{۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta=\frac{۱}{\sqrt{۵}}}$

$\sin^۲\theta=۱-\cos^۲\theta \rightarrow \sin^۲\theta=۱-(\frac{۱}{\sqrt{۵}})^۲=۱-\frac{۱}{۵} \rightarrow \sin^۲\theta=\frac{۴}{۵} \rightarrow \boxed{\sin\theta=\frac{-۲}{\sqrt{۵}}}$

۲۹ بارم

اگر $\tan\theta=۴$ باشد، مقدار $\frac{۳\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$ را بدست آورید.

$\frac{۳\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\frac{\frac{۳\sin\theta}{\cos\theta}-\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}=\frac{۳\tan\theta-۱}{\tan\theta+۱}=\frac{۳(۴)-۱}{۴+۱}=\frac{۱۱}{۵}$

۳۰ بارم

حاصل عبارت $\sin(\pi-x)+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)+\sin(\pi+x)+\cos(\frac{\pi}{۲}+x)$ را بدست آورید.

$\sin(\pi-x)+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)+\sin(\pi+x)+\cos(\frac{\pi}{۲}+x)=\sin x+\sin x-\sin x-\sin x=۰$

۳۱ بارم

اگر $\cos x=-\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ و انتهای کمان x در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، مقدار $\tan(\frac{۳\pi}{۲}-x)$ را بدست آورید.

$۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x} \rightarrow ۱+\tan^۲x=\frac{۱}{(-\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰})^۲}=\frac{۱}{\frac{۱}{۱۰}} \rightarrow ۱+\tan^۲x=۱۰ \rightarrow \tan^۲x=۹$

$\xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \boxed{\tan x=۳}\ ,\ \boxed{\cot x=\frac{۱}{۳}}$

$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-x)=\cot x=\frac{۱}{۳}$

۳۲ بارم

از تساوی $\frac{۲\sin(\alpha-۳\pi)+\cos(\alpha-\frac{\pi}{۲})}{\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)}=۲$، مقدار $\tan\alpha$ را بدست آورید.

$\sin(\alpha-۳\pi)=\sin(\alpha-۳\pi+۴\pi)=\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$

$\cos(\alpha-\frac{\pi}{۲})=\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha\ ,\ \sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\cos\alpha$

$\rightarrow \frac{-۲\sin\alpha+\sin\alpha}{-\cos\alpha}=۲ \rightarrow \frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha}=۲ \rightarrow \boxed{\tan\alpha=۲}$

۳۳ بارم

اگر $\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۰/۸$ باشد حاصل عبارت $۳\sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)+\cos(\frac{۷\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{۵\pi}{۴}-\alpha)$ را بدست آورید.

$۳\sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)+\cos(\frac{۷\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{۵\pi}{۴}-\alpha)$

$=۳\sin(\frac{\pi}{۲}-(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\sin(\pi+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))$

$= ۳\cos(\frac{\pi}{۴} - \alpha) + \sin(\frac{\pi}{۴} - \alpha) - \sin(\frac{\pi}{۴} - \alpha) = ۳\cos(\frac{\pi}{۴} - \alpha) = ۳ \times ۰/۸ = ۲/۴$

بارم

۳۴ بدون استفاده از ماشین‌حساب درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\sin ۸۴۰^\circ = \sin ۶۰^\circ$

ب) $\cos(-۳۲۴^\circ) = \cos ۳۶^\circ$

پ) $\tan(-۱۰۰۰^\circ) = \tan ۸۰^\circ$

ت) $\sin ۸۷۵^\circ = \sin ۱۵۵^\circ$

الف) $\sin ۸۴۰^\circ = \sin(۲ \times ۳۶۰^\circ + ۱۲۰^\circ) = \sin(۱۲۰^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ) = \sin ۶۰^\circ$

ب) $\cos(-۳۲۴^\circ) = \cos(۳۶۰^\circ - ۳۲۴^\circ) = \cos(۳۶)^\circ$

پ) $\tan(-۱۰۰۰^\circ) = \tan(۳ \times ۳۶۰^\circ - ۱۰۰۰^\circ) = \tan ۸۰^\circ$

ت) $\sin ۸۷۵^\circ = \sin(۲ \times ۳۶۰^\circ + ۱۵۵^\circ) = \sin ۱۵۵^\circ$

بارم

۳۵ اگر $\sin\theta = \frac{۳}{۵}$ و انتهای زاویه‌ی θ در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\frac{۱ + \tan^۲\theta}{۱ - \tan^۲\theta}$ را بدست آورید.

$\cos^۲\theta = ۱ - \sin^۲\theta = ۱ - (\frac{۳}{۵})^۲ = ۱ - \frac{۹}{۲۵} \rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۱۶}{۲۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta = -\frac{۴}{۵}}$

$\rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{-۴}{۵}} \rightarrow \boxed{\tan\theta = -\frac{۳}{۴}}$

$\frac{۱ + \tan^۲\theta}{۱ - \tan^۲\theta} = \frac{۱ + (-\frac{۳}{۴})^۲}{۱ - (-\frac{۳}{۴})^۲} = \frac{۱ + \frac{۹}{۱۶}}{۱ - \frac{۹}{۱۶}} = \frac{\frac{۱۶}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶}}{\frac{۱۶}{۱۶} - \frac{۹}{۱۶}} = \frac{\frac{۲۵}{۱۶}}{\frac{۷}{۱۶}} \rightarrow \boxed{\frac{۱ + \tan^۲\theta}{۱ - \tan^۲\theta} = \frac{۲۵}{۷}}$

بارم

۳۶ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\tan(-\frac{\pi}{۳}) - \sin(-\frac{\pi}{۴})\cos(-\frac{\pi}{۳})$

ب) $\sin(-۴۵^\circ) \times \tan(-۶۰^\circ) - \cos(-۶۰^\circ) \times \cot(-۳۰^\circ)$

پ) $\dfrac{\tan(-۴۵^\circ) + ۲\sin(-۲۷۰^\circ)}{\cos(-۳۶۰^\circ) - \cot(-۴۵^\circ)}$

ت) $\dfrac{\sin\frac{۵\pi}{۶} + ۲\cos ۱۲۰^\circ}{\tan\frac{۳\pi}{۴} + \sqrt{۲}\cos ۱۳۵^\circ}$

ث) $\cos\frac{۳\pi}{۱۴} + \cos\frac{۵\pi}{۱۴} + \cos\frac{۷\pi}{۱۴} + \cos\frac{۹\pi}{۱۴} + \cos\frac{۱۱\pi}{۱۴}$

ج) $\dfrac{\sin(\frac{۷\pi}{۶}) \times \cot ۲۲۵^\circ - ۳\cos ۲۴۰^\circ \times \tan(\frac{۵\pi}{۴})}{\tan^۲(\frac{۷\pi}{۶}) + \cos^۲(\frac{۵\pi}{۴})}$

الف) $= -\tan(\frac{\pi}{۳}) - (-\sin(\frac{\pi}{۴}))\cos\frac{\pi}{۳} = -\sqrt{۳} + \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = -\sqrt{۳} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{-۴\sqrt{۳} + \sqrt{۲}}{۴}$

ب) $= (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(-\sqrt{۳}) - (\frac{۱}{۲})(-\sqrt{۳}) = \frac{\sqrt{۶}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۶} + \sqrt{۳}}{۲}$

پ) $= \dfrac{-\tan ۴۵^\circ - ۲\sin ۲۷۰^\circ}{\cos ۳۶۰^\circ + \cot ۴۵^\circ} = \dfrac{-۱ - ۲(-۱)}{۱ + ۱} = \dfrac{۱}{۲}$

ت) $= \dfrac{\sin(\pi - \frac{\pi}{۶}) + ۲\cos(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)}{\tan(\pi - \frac{\pi}{۴}) + \sqrt{۲}\cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)}$

$= \dfrac{\sin\frac{\pi}{۶} - ۲\cos ۶۰^\circ}{-\tan\frac{\pi}{۴} - \sqrt{۲}\cos ۴۵^\circ} = \dfrac{\frac{۱}{۲} - ۲(\frac{۱}{۲})}{-۱ - \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})} = \dfrac{\frac{۱}{۲} - ۱}{-۱ - ۱} = \dfrac{-\frac{۱}{۲}}{-۲} = \dfrac{۱}{۴}$

ث) $= \cos\frac{۳\pi}{۱۴} + \cos\frac{۵\pi}{۱۴} + \cos\frac{۷\pi}{۱۴} + \cos(\pi - \frac{۵\pi}{۱۴}) + \cos(\pi - \frac{۳\pi}{۱۴}) =$

$= \cancel{\cos\frac{۳\pi}{۱۴}} + \cancel{\cos\frac{۵\pi}{۱۴}} + \cos\frac{۷\pi}{۱۴} - \cancel{\cos\frac{۵\pi}{۱۴}} - \cancel{\cos\frac{۳\pi}{۱۴}} = \cos\frac{۷\pi}{۱۴} = \cos\frac{\pi}{۲} = ۰$

ج) $= \dfrac{\sin(\pi + \frac{\pi}{۶}) \times \cot(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) - ۳\cos(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)\tan(\pi + \frac{\pi}{۴})}{(\tan(\pi + \frac{\pi}{۶}))^۲ + (\cos(\pi + \frac{\pi}{۴}))^۲}$

$= \dfrac{-\sin\frac{\pi}{۶} \times \cot ۴۵^\circ - ۳(-\cos ۶۰^\circ) \times \tan\frac{\pi}{۴}}{\tan^۲(\frac{\pi}{۶}) + (-\cos\frac{\pi}{۴})^۲} = \dfrac{-\frac{۱}{۲} \times ۱ - ۳(-\frac{۱}{۲})(۱)}{(\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲ + (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \dfrac{-\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲}}$

$= \dfrac{۱}{\frac{۵}{۶}} = \dfrac{۶}{۵}$

بارم

۳۷ اگر $\tan ۲۰^\circ = ۰/۳۶$ باشد حاصل $\dfrac{\sin ۱۶۰^\circ - \cos ۲۰۰^\circ}{\cos ۱۱۰^\circ + \sin ۷۰^\circ}$ را بدست آورید.

$$\frac{\sin ۱۶۰^\circ - \cos ۲۰۰^\circ}{\cos ۱۱۰^\circ + \sin ۷۰^\circ} = \frac{\sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) - \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ)}{\cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) + \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ)}$$

$$= \frac{\sin ۲۰^\circ - (-\cos ۲۰^\circ)}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}{-\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}$$

$$= \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{-\tan ۲۰^\circ + ۱} = \frac{۰/۳۶ + ۱}{-۰/۳۶ + ۱} = \frac{۱/۳۶}{۰/۶۴} = \frac{۱۳۶}{۶۴} = \frac{۱۷}{۸}$$

۳۸ بارم

اگر $\frac{\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha)}{\sin(۷\pi + \alpha) + \cos(\alpha - \frac{۷\pi}{۲})} = \frac{۱}{۶}$ باشد، مقدار $\tan\alpha$ را بدست آورید.

$\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(۷\pi + \alpha) = \sin(\cancel{۶\pi} + \pi + \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(\alpha - \frac{۷\pi}{۲}) = \cos(\alpha - \frac{۷\pi}{۲} + \frac{۸\pi}{۲}) = \cos(\alpha + \frac{\pi}{۲}) = -\sin\alpha$

$\rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha - \sin\alpha} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-۲\sin\alpha} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \frac{۲\sin\alpha}{\cos\alpha} = ۶ \rightarrow ۲\tan\alpha = ۶ \rightarrow \boxed{\tan\alpha = ۳}$

۳۹ بارم

بُرد هر یک از توابع زیر را در دامنه‌ی داده شده بدست آورید.

الف) $y = ۳\sin x - ۱ \quad [۰, ۲\pi]$

ب) $f(x) = ۲ - ۴\cos x \quad [۰, ۲\pi]$

پ) $h(x) = ۳\sin^۲ x - ۲ \quad [۰, ۲\pi]$

ت) $y = ۱ - ۲\cos(x - \frac{\pi}{۳}) \quad [۰, ۲\pi]$

الف) $-۱ \le \sin x \le ۱ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \le ۳\sin x \le ۳ \xrightarrow{-۱} -۴ \le ۳\sin x - ۱ \le ۲$

$\rightarrow -۴ \le y \le ۲ \rightarrow R_y = [-۴, ۲]$

ب) $-۱ \le \cos x \le ۱ \xrightarrow{\times(-۴)} ۴ \ge -۴\cos x \ge -۴ \xrightarrow{+۲} ۶ \ge ۲ - ۴\cos x \ge -۲$

$\rightarrow ۶ \ge y \ge -۲ \rightarrow R_f = [-۲, ۶]$

پ) $-۱ \le \sin x \le ۱ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۰ \le \sin^۲ x \le ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۰ \le ۳\sin^۲ x \le ۳$

$\xrightarrow{-۲} -۲ \le ۳\sin^۲ x - ۲ \le ۱ \rightarrow -۲ \le y \le ۱ \rightarrow R_h = [-۲, ۱]$

ت) $-۱ \le \cos(x - \frac{\pi}{۳}) \le ۱ \xrightarrow{\times(-۲)} ۲ \ge -۲\cos(x - \frac{\pi}{۳}) \ge -۲ \xrightarrow{+۱}$

$۳ \ge ۱ - ۲\cos(x - \frac{\pi}{۳}) \ge -۱ \rightarrow ۳ \ge y \ge -۱ \rightarrow R_y = [-۱, ۳]$

۴۰ بارم

بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = -۲\sin(x + \frac{۲\pi}{۳}) + ۳$ را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ را بدست آورید.

$$-۱ \le \sin(x+\frac{۲\pi}{۳}) \le ۱ \xrightarrow{\times(-۲)} ۲ \ge -۲\sin(x+\frac{۲\pi}{۳}) \ge -۲ \xrightarrow{+۳}$$

$$۵ \ge -۲\sin(x+\frac{۲\pi}{۳})+۳ \ge ۱ \to ۵ \ge y \ge ۱ \quad \nearrow \boxed{y_{max}=۵} \quad \searrow \boxed{y_{min}=۱}$$

بارم

۴۱ اگر $\tan\theta = ۰/۲$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)-\cos(\pi+\theta)}{\sin(\pi-\theta)-\sin(۳\pi+\theta)}$ را بدست آورید.

$$\frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)-\cos(\pi+\theta)}{\sin(\pi-\theta)-\sin(۳\pi+\theta)} = \frac{\sin\theta-(-\cos\theta)}{\sin\theta-(-\sin\theta)} = \frac{\sin\theta+\cos\theta}{۲\sin\theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{۲\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\tan\theta+۱}{۲\tan\theta} = \frac{۰/۲+۱}{۲(۰/۲)} = \frac{۱/۲}{۰/۴} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

بارم

۴۲ اگر $\tan ۱۵^\circ = ۰/۲۸$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ}$ را بدست آورید.

$$\cos ۲۸۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \quad , \quad \sin ۲۵۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$$

$$\sin ۵۲۵^\circ = \sin(\cancel{۳۶۰^\circ} + ۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \quad , \quad \sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$$

$$\to \frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ - (-\cos ۱۵^\circ)}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ} = \frac{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}+\frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}-\frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}} = \frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱}$$

$$= \frac{۰/۲۸+۱}{۰/۲۸-۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = \frac{۱۲۸}{-۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

بارم

۴۳ آیا نمودار هر جفت از توابع با ضابطه‌های زیر بر هم منطبق هستند یا خیر؟

الف) $y_۱ = \sin(۴\pi - x)$, $y_۲ = \cos(x+\frac{۳\pi}{۲})$

ب) $y_۱ = \sin(\frac{۳\pi}{۲}+x)$, $y_۲ = \cos(\pi - x)$

پ) $y_۱ = \sin(\pi - x)$, $y_۲ = \cos(\frac{۳\pi}{۲}-x)$

الف) $\begin{cases} y_۱ = \sin(۴\pi - x) = \sin(-x) = -\sin x \\ y_۲ = \cos(x+\frac{۳\pi}{۲}) = \sin x \end{cases}$ $\to y_۱ \ne y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند

ب) $\begin{cases} y_۱ = \sin(\frac{۳\pi}{۲}+x) = -\cos x \\ y_۲ = \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases}$ $\to y_۱ = y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

پ) $\begin{cases} y_۱ = \sin(\pi - x) = \sin x \\ y_۲ = \cos(\frac{۳\pi}{۲}-x) = -\sin x \end{cases}$ $\to y_۱ \ne y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند

بارم

۴۴

در تساوی‌های زیر به جای x یک زاویهٔ مناسب قرار دهید:

الف) $\sin x = \cos(۲۰^\circ + x)$

ب) $\tan(x + \frac{\pi}{۱۸}) = \cot(\frac{۲\pi}{۹} + x)$

الف) $\rightarrow x + ۲۰^\circ + x = ۹۰^\circ + (k \times ۳۶۰^\circ)$

$k = ۰ \rightarrow ۲x = ۷۰^\circ \rightarrow \boxed{x = ۳۵^\circ}$

$k = ۱ \rightarrow ۲x + ۲۰ = ۴۵۰^\circ \rightarrow ۲x = ۴۳۰^\circ \rightarrow \boxed{x = ۲۱۵^\circ}$

$k = ۲ \rightarrow ۲x + ۲۰ = ۸۱۰^\circ \rightarrow ۲x = ۷۹۰^\circ \rightarrow x = ۳۹۵^\circ \rightarrow x = ۳۵^\circ$ تکراری

ب) $x + \frac{\pi}{۱۸} + \frac{۲\pi}{۹} + x = \frac{\pi}{۲} + ۲k\pi$

$k = ۰ \rightarrow ۲x + \frac{۵\pi}{۱۸} = \frac{\pi}{۲} \rightarrow ۲x = \frac{۴\pi}{۱۸} \rightarrow ۲x = \frac{۲\pi}{۹} \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۹}}$

$k = ۱ \rightarrow ۲x + \frac{۵\pi}{۱۸} = \frac{\pi}{۲} + ۲\pi \rightarrow ۲x = \frac{۴۰\pi}{۱۸} \rightarrow ۲x = \frac{۲۰\pi}{۹} \rightarrow \boxed{x = \frac{۱۰\pi}{۹}}$

$k = ۲ \rightarrow ۲x + \frac{۵\pi}{۱۸} = \frac{\pi}{۲} + ۴\pi \rightarrow ۲x = \frac{۷۶\pi}{۱۸} \rightarrow ۲x = \frac{۳۸\pi}{۹}$

$\rightarrow x = \frac{۱۹\pi}{۹} \rightarrow x = ۲\pi + \frac{\pi}{۹} \rightarrow x = \frac{\pi}{۹}$ تکراری

بارم

۴۵

جدول زیر را کامل کنید.

زاویه x	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
نسبت								
$\sin x$								
$\cos x$								
$\tan x$								
$\cot x$								

زاویه x / نسبت	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
$\sin x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$
$\cos x$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
$\tan x$	$-\sqrt{۳}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	$-\sqrt{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
$\cot x$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	-۱	$-\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\sqrt{۳}$

بارم

۴۶

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\dfrac{۳\sin ۱۵۰^\circ - \sqrt{۲}\cos\frac{۵\pi}{۴} + \cos ۳۰۰^\circ}{\cot(-۱۳۵^\circ) - \sqrt{۳}\tan\frac{۵^\circ}{۶}}$

ب) $\dfrac{۲\sin\frac{۷\pi}{۶}\times\tan\frac{۵\pi}{۴} - \cos\frac{۵\pi}{۶}\tan\frac{۵\pi}{۳}}{\cos^۲(\frac{۷\pi}{۴}) + \cot^۲(\frac{۴\pi}{۳})}$

پ) $۲\cos(\dfrac{۳\pi}{۲} - \alpha) + ۷\sin(\pi - \alpha) - ۳\cos(\dfrac{\pi}{۲} - \alpha)$

ت) $\sin(\dfrac{۳\pi}{۲} + \alpha) + \cot(\pi - \alpha) + ۳\cos(\pi + \alpha) + \tan(\dfrac{۳\pi}{۲} - \alpha)$

ث) $\sqrt{۳}\cot\dfrac{۷\pi}{۳} + ۲\sin\dfrac{۲۰\pi}{۳} + ۲\cos\dfrac{۵\pi}{۳}\times\tan\dfrac{۵۰\pi}{۳}$

ج) $\dfrac{\tan ۱۲۰^\circ\cos ۲۱۰^\circ - \sin ۲۲۵^\circ\cos ۳۱۵^\circ}{\cot ۱۳۵^\circ\sin ۳۳۰^\circ - cos۲۴۰^\circ\tan ۲۲۵^\circ}$

چ) $۳\tan\dfrac{۲۹\pi}{۶} - \sin\dfrac{۳۹\pi}{۴} + \cos\dfrac{۲۷\pi}{۴} - \cot\dfrac{۳۴\pi}{۳}$

ح) $۵\sin^۲(\dfrac{۷\pi}{۴}) + ۲\tan^۲(\dfrac{۴\pi}{۳}) + ۳\cos(\dfrac{۸\pi}{۳}) - \cot^۲(\dfrac{۷\pi}{۶})$

الف) $= \dfrac{۳\sin(۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) - \sqrt{۲}\cos(\pi + \frac{\pi}{۴}) + \cos(۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ)}{-\cot(۱۳۵^\circ) - \sqrt{۳}\tan(\pi - \frac{\pi}{۶})}$

$= \dfrac{۳\sin ۳۰^\circ - \sqrt{۲}(-\cos\frac{\pi}{۴}) + \cos(-۶۰^\circ)}{-\cot(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) - \sqrt{۳}(-\tan\frac{\pi}{۶})} = \dfrac{۳\sin ۳۰^\circ + \sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۴} + \cos ۶۰^\circ}{\cot ۴۵^\circ + \sqrt{۳}\tan\frac{\pi}{۶}}$

$= \dfrac{۳(\frac{۱}{۲}) + \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) + \frac{۱}{۲}}{۱ + \sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۳})} = \dfrac{\frac{۳}{۲} + \frac{۲}{۲} + \frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{۳}{۳}} = \dfrac{۳}{۲}$

ب) $= \dfrac{۲\sin(\pi + \frac{\pi}{۶})\times\tan(\pi + \frac{\pi}{۴}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{۶})\times\tan(۲\pi - \frac{\pi}{۳})}{\cos^۲(۲\pi - \frac{\pi}{۴}) + \cot^۲(\pi + \frac{\pi}{۳})}$

$= \dfrac{۲(-\sin\frac{\pi}{۶})\times\tan(\frac{\pi}{۴}) - (-\cos\frac{\pi}{۶})(-\tan\frac{\pi}{۳})}{\cos^۲\frac{\pi}{۴} + \cot^۲\frac{\pi}{۳}} = \dfrac{۲(-\frac{۱}{۲})(۱) - (\frac{\sqrt{۳}}{۲})(\sqrt{۳})}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ + (\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲}$

$= \dfrac{-\frac{۲}{۲} - \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳}} = \dfrac{-\frac{۵}{۲}}{\frac{۵}{۶}} = -\dfrac{۶}{۲} = -۳$

پ) $۲(-\sin\alpha) + ۷\sin\alpha - ۳\sin\alpha = -۲\sin\alpha + ۷\sin\alpha - ۳\sin\alpha = ۲\sin\alpha$

ت) $= -\cos\alpha - \cancel{\cot\alpha} + ۳(-\cos\alpha) + \cancel{\cot\alpha} = -۴\cos\alpha$

ث) $= \sqrt{۳}\cot(\cancel{۲\pi} + \frac{\pi}{۳}) + ۲\sin(\cancel{۶\pi} + \frac{۲\pi}{۳}) + ۲\cos(\cancel{۲\pi} - \frac{\pi}{۳})\times\tan(\cancel{۱۶\pi} + \frac{۲\pi}{۳})$

$$= \sqrt{۳}\cot\frac{\pi}{۳} + ۲\sin(\pi - \frac{\pi}{۳}) + ۲\cos\frac{\pi}{۳} \times \tan(\pi - \frac{\pi}{۳})$$

$$= \sqrt{۳}\cot\frac{\pi}{۳} + ۲(\sin\frac{\pi}{۳}) + ۲\cos\frac{\pi}{۳} \times (-\tan\frac{\pi}{۳})$$

$$= \sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۳}) + ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + ۲(\frac{۱}{۲})(-\sqrt{۳}) = ۱ + \sqrt{۳} - \sqrt{۳} = ۱$$

ج) $$\frac{\tan(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)\cos(۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) - \sin(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ)\cos(۳۶۰^\circ - ۴۵^\circ)}{\cot(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)\sin(۳۶۰^\circ - ۳۰^\circ) - \cos(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)\tan(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ)}$$

$$= \frac{-\tan ۶۰^\circ(-\cos ۳۰^\circ) - (-\sin ۴۵^\circ)\cos ۴۵^\circ}{-\cot ۴۵^\circ(-\sin ۳۰^\circ) - (-\cos ۶۰^\circ)\tan ۴۵^\circ} = \frac{(-\sqrt{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\frac{\sqrt{۲}}{۲})}{(-۱)(-\frac{۱}{۲}) - (-\frac{۱}{۲})(۱)}$$

$$= \frac{\frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

چ) $$= ۳\tan(\cancel{۴\pi} + \frac{۵\pi}{۶}) - \sin(\cancel{۱۰\pi} - \frac{\pi}{۴}) + \cos(\cancel{۶\pi} + \frac{۳\pi}{۴}) - \cot(\cancel{۱۰\pi} + \frac{۴\pi}{۳})$$

$$= ۳\tan(\pi - \frac{\pi}{۶}) - \sin(-\frac{\pi}{۴}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{۴}) - \cot(\pi + \frac{\pi}{۳})$$

$$= ۳(-\tan\frac{\pi}{۶}) + \sin\frac{\pi}{۴} + (-\cos\frac{\pi}{۴}) - \cot\frac{\pi}{۳}$$

$$= ۳(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}) + \cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} - \cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} - \frac{\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

ح) $$= ۵\sin^۲(\cancel{۲\pi} - \frac{\pi}{۴}) + ۲\tan^۲(\pi + \frac{\pi}{۳}) + ۳\cos(\cancel{۲\pi} + \frac{۲\pi}{۳}) - \cot^۲(\pi + \frac{\pi}{۶})$$

$$= ۵(-\sin\frac{\pi}{۴})^۲ + ۲(\tan\frac{\pi}{۳})^۲ + ۳\cos(\pi - \frac{\pi}{۳}) - (\cot\frac{\pi}{۶})^۲$$

$$= ۵(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ + ۲(\sqrt{۳})^۲ + ۳(-\frac{۱}{۲}) - (\sqrt{۳})^۲$$

$$= ۵(\frac{۱}{۲}) + ۲(۳) - \frac{۳}{۲} - ۳ = \frac{۵}{۲} + ۶ - \frac{۳}{۲} - ۳ = ۴$$

۴۷ بارم

اگر $\frac{\sin(\frac{۱۱\pi}{۲} + \alpha) + ۲\cos(۵\pi - \alpha)}{۲\cos(\frac{۷\pi}{۲} + \alpha) - ۳\sin(۱۷\pi + \alpha)} = \frac{۱}{۱۰}$ باشد، مقدار $\tan\alpha$ را بدست آورید.

$$\frac{\sin(\cancel{۴\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) + ۲\cos(\cancel{۴\pi} + \pi - \alpha)}{۲\cos(\cancel{۲\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) - ۳\sin(\cancel{۱۶\pi} + \pi + \alpha)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos\alpha + ۲(-\cos\alpha)}{۲\sin\alpha - ۳(-\sin\alpha)} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow \frac{-۳\cos\alpha}{۵\sin\alpha} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow ۵\sin\alpha = -۳۰\cos\alpha$$

$$\rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-۳۰}{۵} \rightarrow \boxed{\tan\alpha = -۶}$$

پاسخنامه تشریحی

ب

$$\begin{cases} y_۱ = \sin x \\ y_۲ = \cos(x - \frac{\pi}{۲}) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

پ

$$\begin{cases} y_۱ = \cos x \\ y_۲ = \sin(\frac{\pi}{۲} + x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

ت

$$\begin{cases} y_۱ = \cos x \\ y_۲ = \cos(۲\pi - x) = \cos(-x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

ث

$$\begin{cases} y_۱ = \sin x \\ y_۲ = \sin(۵\pi - x) = \sin(۴\pi + \pi - x) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_۱ = y_۲ \rightarrow$$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

۵

ارتفاع AH را بر ضلع BC وارد می‌کنیم و داریم:

$$\sin \widehat{B} = \frac{AH}{AB} \rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{AH}{AB} \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{AH}{۴} \rightarrow \boxed{AH = ۲}$$

$$\rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AH \cdot BC = \frac{۲ \times ۶}{۲} \rightarrow \boxed{S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۶}$$

۶

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \rightarrow BC^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ \rightarrow BC^۲ = ۱۶ + ۹$$

$$\rightarrow BC^۲ = ۲۵ \rightarrow \boxed{BC = ۵}$$

$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \boxed{\sin \widehat{B} = \frac{۳}{۵}} \quad , \quad \cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \boxed{\cos \widehat{B} = \frac{۴}{۵}}$$

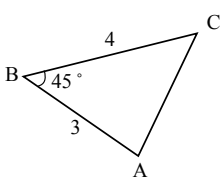
$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \widehat{B} = \frac{۳}{۴}} \quad , \quad \cot \widehat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \widehat{B} = \frac{۴}{۳}}$$

۷

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB \times AC \times \sin \widehat{A} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \boxed{S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۵\sqrt{۳}}$$

۸

$$a = ۴ \ , \ c = ۳ \ , \ \widehat{B} = ۴۵^\circ \rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} a \cdot c \cdot \sin \widehat{B} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۳ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$



$$\rightarrow \boxed{S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۳\sqrt{۲}}$$

۹

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\text{رادیان } \pi} \rightarrow \frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{۴}{۳/۱۴} \rightarrow \boxed{D \simeq ۲۲۹/۳^\circ}$$

۱۰

$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{۷٫۸۵}{۳} = \frac{۲٫۵ \times ۳٫۱۴}{۳} \rightarrow \alpha = \frac{۵\pi}{۶}$ رادیان یا $\alpha = ۱۵۰^\circ$

۱۱

$\cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲\alpha = ۱ - (\frac{۱}{۴})^۲ = ۱ - \frac{۱}{۱۶} \rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۱۵}{۱۶} \rightarrow \boxed{\cos\alpha = -\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{-\sqrt{۱۵}}{۴}} \rightarrow \tan\alpha = \frac{-۱}{\sqrt{۱۵}} \times \frac{\sqrt{۱۵}}{\sqrt{۱۵}} \rightarrow \boxed{\tan\alpha = \frac{-\sqrt{۱۵}}{۱۵}}$

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{-\sqrt{۱۵}}{۴}}{\frac{۱}{۴}} \rightarrow \boxed{\cot\alpha = -\sqrt{۱۵}}$

۱۲

$\tan x = -\frac{۱}{۲}$, $\cos x < ۰ \rightarrow ۹۰^\circ < x < ۱۸۰^\circ$ یا ناحیه‌ی دوم $= x$

$\cot x = \frac{۱}{\tan x} = \frac{۱}{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow \boxed{\cot x = -۲}$

$۱ + \cot^۲x = \frac{۱}{\sin^۲x} \rightarrow ۱ + (-۲)^۲ = \frac{۱}{\sin^۲x} \rightarrow ۵ = \frac{۱}{\sin^۲x} \rightarrow \sin^۲x = \frac{۱}{۵}$

$\rightarrow \sin x = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۵}}$

۱۳

$\cos^۲\theta = ۱ - \sin^۲\theta = ۱ - (-\frac{\sqrt{۵}}{۵})^۲ = ۱ - \frac{۵}{۲۵} \rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۲۰}{۲۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta = -\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{\sqrt{۵}}{۵}}{-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}} \rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{۱}{۲}}$

۱۴

$\sin\alpha = -\frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \rightarrow \cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲\alpha = ۱ - (-\frac{۲\sqrt{۲}}{۳})^۲$

$\rightarrow \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۸}{۹} = \frac{۱}{۹} \xrightarrow{\text{ناحیه‌ی چهارم}} \boxed{\cos\alpha = \frac{۱}{۳}}$

$\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{۱}{۳}$

۱۵

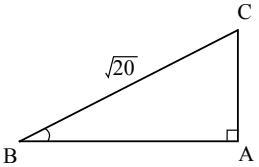
$r = ۱۰cm \quad \ell = ۸cm$

$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{۸}{۱۰} \rightarrow \boxed{\alpha = ۰٫۸ \text{ رادیان}}$

۱۶

$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{۵}}{۵} = \frac{AC}{\sqrt{۲۰}} \rightarrow AC = \frac{\sqrt{۲۰} \times \sqrt{۵}}{۵} = \frac{\sqrt{۱۰۰}}{۵} = \frac{۱۰}{۵}$

$\rightarrow \boxed{AC = ۲}$, $BC^۲ = AC^۲ + AB^۲ \rightarrow (\sqrt{۲۰})^۲ = ۲^۲ + AB^۲$

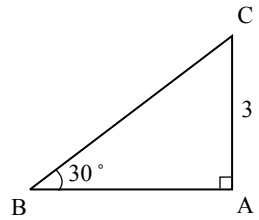


$\rightarrow ۲۰ = ۴ + AB^۲ \rightarrow AB^۲ = ۱۶ \rightarrow \boxed{AB = ۴}$

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{۴}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۴}{۲\sqrt{۵}} \rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} \rightarrow \boxed{\cos \widehat{B} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \widehat{B} = \frac{۱}{۲}}$, $\cot \widehat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \widehat{B} = ۲}$

۱۷



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \sin ۳۰^\circ = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{BC} \rightarrow \boxed{BC = ۶}$

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} =$

۱۸

$y = ax + b \rightarrow a = \tan ۶۰^\circ = \sqrt{۳} \rightarrow y = \sqrt{۳}x + b \xrightarrow{(\sqrt{۳}, -۲)}$

$-۲ = \sqrt{۳}(\sqrt{۳}) + b \rightarrow -۲ = ۳ + b \rightarrow b = -۵ \rightarrow y = \sqrt{۳}x - ۵$

۱۹

$\sin(\frac{-۱۷۹\pi}{۶}) + \cos(\frac{-۱۷۹\pi}{۶}) = -\sin(\frac{۱۷۹\pi}{۶}) + \cos(\frac{۱۷۹\pi}{۶})$

$= -\sin(۳۰\pi - \frac{\pi}{۶}) + \cos(۳۰\pi - \frac{\pi}{۶}) = -(-\sin\frac{\pi}{۶}) + \cos\frac{\pi}{۶} = \sin\frac{\pi}{۶} + \cos\frac{\pi}{۶}$

$= \frac{۱}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱ + \sqrt{۳}}{۲}$

۲۰

$\sin\theta = -\frac{۳}{۵} \rightarrow \cos^۲\theta = ۱ - \sin^۲\theta = ۱ - (-\frac{۳}{۵})^۲ = ۱ - \frac{۹}{۲۵} \rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۱۶}{۲۵}$

$\rightarrow \boxed{\cos\theta = +\frac{۴}{۵}}$, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{۳}{۵}}{\frac{۴}{۵}} \rightarrow \boxed{\tan\theta = -\frac{۳}{۴}}$

, $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{-۳}{۵}} \rightarrow \boxed{\cot\theta = -\frac{۴}{۳}}$

۲۱

الف) $\left\{\begin{array}{l}\sin\theta < ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۳ یا ربع ۴}\\ \cot\theta > ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۱ یا ربع ۳}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}}$ θ در ربع ۳ قرار دارد

ب) $\left\{\begin{array}{l}\cos\theta < ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۳}\\ \tan\theta < ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۴}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}}$ θ در ربع ۲ قرار دارد

پ) $\left\{\begin{array}{l}\sin\theta > ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۱ یا ربع ۲}\\ \cos\theta < ۰ \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۳}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}}$ θ در ربع ۲ قرار دارد

۲۲

$\tan\theta = \frac{۱}{۲} \rightarrow \cot\theta = \frac{۱}{\tan\theta} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} \rightarrow \boxed{\cot\theta = ۲}$

$۱ + \tan^۲\theta = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow ۱ + (\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow ۱ + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$

$\rightarrow \cos^{۲}\theta = \frac{۴}{۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta = -\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

$۱ + \cot^{۲}\theta = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \rightarrow ۱ + ۲^{۲} = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \rightarrow ۵ = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \rightarrow \sin^{۲}\theta = \frac{۱}{۵} \rightarrow \boxed{\sin\theta = -\frac{۱}{\sqrt{۵}}}$

۲۳

θ در ربع دوم قرار دارد $\tan\theta = \frac{۱}{\cot\theta} = \frac{۱}{\frac{-۱}{۳}} \rightarrow \boxed{\tan\theta = -۳}$

$۱ + \cot^{۲}\theta = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \rightarrow ۱ + (-\frac{۱}{۳})^{۲} = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \Rightarrow ۱ + \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta}$

$\rightarrow \frac{۱۰}{۹} = \frac{۱}{\sin^{۲}\theta} \Rightarrow \sin^{۲}\theta = \frac{۹}{۱۰} \rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}$

$۱ + \tan^{۲}\theta = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow ۱ + (-۳)^{۲} = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow \cos^{۲}\theta = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}}$

۲۴

$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{۱۰}{۶} \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{۵}{۳}\ rad}$

$D = \frac{\frac{۵}{۲}}{\pi} \times ۱۸۰ \rightarrow D = \frac{۳۰۰}{\pi} \rightarrow \boxed{D \simeq ۹۵/۵^{\circ}}$

۲۵

$\frac{D}{۱۸۰^{\circ}} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{۱۲۰^{\circ}}{۱۸۰^{\circ}} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{۲\pi}{۳}$ رادیان

$l = \alpha \cdot r \rightarrow l = \frac{۲\pi}{۳} \times ۵ \rightarrow \boxed{l = \frac{۱۰\pi}{۳} \text{متر}}$

۲۶

$\widehat{A} = \frac{۲\pi}{۵}\ ,\ \widehat{B} = \frac{\pi}{۵} \rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \pi \rightarrow \frac{۲\pi}{۵} + \frac{\pi}{۵} + \widehat{C} = \pi$

$\rightarrow \frac{۳\pi}{۵} + \widehat{C} = \frac{۵\pi}{۵} \rightarrow \widehat{C} = \frac{۲\pi}{۵}\ ,\ \widehat{A} = \widehat{C} = \frac{۲\pi}{۵} \rightarrow$ مثلث متساوی الساقین

۲۷

مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی $= ۳۶۰^{\circ} \rightarrow \frac{۷\pi}{۱۲} + \frac{\pi}{۳} + \frac{۵\pi}{۶} + x = ۲\pi$

$\rightarrow \frac{۷\pi}{۱۲} + \frac{۴\pi}{۱۲} + \frac{۱۰\pi}{۱۲} + x = \frac{۲۴\pi}{۱۲} \rightarrow x = \frac{۲۴\pi}{۱۲} - \frac{۲۱\pi}{۱۲} \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۴} \text{ رادیان}}$ یا $\boxed{x = ۴۵^{\circ}}$

۲۸

$\tan\theta < ۰\ ,\ \sin\theta < ۰ \rightarrow ۲۷۰^{\circ} < \theta < ۳۶۰^{\circ}$ یا $\theta =$ ربع چهارم

$\tan\theta = -۲ \rightarrow \cot\theta = \frac{۱}{\tan\theta} = \frac{۱}{-۲} \rightarrow \boxed{\cot\theta = -\frac{۱}{۲}}$

$۱ + \tan^{۲}\theta = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow ۱ + (-۲)^{۲} = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow ۵ = \frac{۱}{\cos^{۲}\theta} \rightarrow \cos^{۲}\theta = \frac{۱}{۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{۱}{\sqrt{۵}}}$

$\sin^{۲}\theta = ۱ - \cos^{۲}\theta \rightarrow \sin^{۲}\theta = ۱ - (\frac{۱}{\sqrt{۵}})^{۲} = ۱ - \frac{۱}{۵} \rightarrow \sin^{۲}\theta = \frac{۴}{۵} \rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{-۲}{\sqrt{۵}}}$

۲۹

$$\frac{۳\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\frac{\frac{۳\sin\theta}{\cos\theta}-\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}=\frac{۳\tan\theta-۱}{\tan\theta+۱}=\frac{۳(۴)-۱}{۴+۱}=\frac{۱۱}{۵}$$

۳۰

$$\sin(\pi-x)+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)+\sin(\pi+x)+\cos(\frac{\pi}{۲}+x)=\sin x+\sin x-\sin x-\sin x=۰$$

۳۱

$$۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x}\rightarrow ۱+\tan^۲x=\frac{۱}{(-\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰})^۲}=\frac{۱}{\frac{۱}{۱۰}}\rightarrow ۱+\tan^۲x=۱۰\rightarrow\tan^۲x=۹$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه سوم}}\boxed{\tan x=۳}\ ,\ \boxed{\cot x=\frac{۱}{۳}}$$

$$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-x)=\cot x=\frac{۱}{۳}$$

۳۲

$$\sin(\alpha-۳\pi)=\sin(\alpha-۳\pi+۴\pi)=\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha-\frac{\pi}{۲})=\cos(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\sin\alpha\ ,\quad \sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\rightarrow\frac{-۲\sin\alpha+\sin\alpha}{-\cos\alpha}=۲\rightarrow\frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha}=۲\rightarrow\boxed{\tan\alpha=۲}$$

۳۳

$$۳\sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)+\cos(\frac{۷\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{۵\pi}{۴}-\alpha)$$

$$=۳\sin(\frac{\pi}{۲}-(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))+\sin(\pi+(\frac{\pi}{۴}-\alpha))$$

$$=۳\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)-\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۳\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۳\times ۰/۸=۲/۴$$

۳۴

الف) $\sin ۸۴۰^\circ=\sin(۲\times ۳۶۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\sin(۱۲۰^\circ)=\sin(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)=\sin ۶۰^\circ$

ب) $\cos(-۳۲۴^\circ)=\cos(۳۶۰^\circ-۳۲۴^\circ)=\cos(۳۶)^\circ$

پ) $\tan(-۱۰۰۰^\circ)=\tan(۳\times ۳۶۰^\circ-۱۰۰۰^\circ)=\tan ۸۰^\circ$

ت) $\sin ۸۷۵^\circ=\sin(۲\times ۳۶۰^\circ+۱۵۵^\circ)=\sin ۱۵۵^\circ$

۳۵

$$\cos^۲\theta=۱-\sin^۲\theta=۱-(\frac{۳}{۵})^۲=۱-\frac{۹}{۲۵}\rightarrow\cos^۲\theta=\frac{۱۶}{۲۵}\rightarrow\boxed{\cos\theta=-\frac{۴}{۵}}$$

$$\rightarrow\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{-۴}{۵}}\rightarrow\boxed{\tan\theta=-\frac{۳}{۴}}$$

$$\frac{۱+\tan^۲\theta}{۱-\tan^۲\theta}=\frac{۱+(-\frac{۳}{۴})^۲}{۱-(-\frac{۳}{۴})^۲}=\frac{۱+\frac{۹}{۱۶}}{۱-\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۱۶}{۱۶}+\frac{۹}{۱۶}}{\frac{۱۶}{۱۶}-\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۲۵}{۱۶}}{\frac{۷}{۱۶}}\rightarrow\boxed{\frac{۱+\tan^۲\theta}{۱-\tan^۲\theta}=\frac{۲۵}{۷}}$$

۳۶

الف) $=-\tan(\frac{\pi}{۳})-(-\sin(\frac{\pi}{۴}))\cos\frac{\pi}{۳}=-\sqrt{۳}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲}=-\sqrt{۳}+\frac{\sqrt{۲}}{۴}=\frac{-۴\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{۴}$

ب) $= (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(-\sqrt{۳}) - (\frac{۱}{۲})(-\sqrt{۳}) = \frac{\sqrt{۶}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۳}}{۲}$

پ) $= \frac{-\tan ۴۵^\circ - ۲\sin ۲۷۰^\circ}{\cos ۳۶۰^\circ + \cot ۴۵^\circ} = \frac{-۱ - ۲(-۱)}{۱ + ۱} = \frac{۱}{۲}$

ت) $= \frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{۶}) + ۲\cos(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)}{\tan(\pi - \frac{\pi}{۴}) + \sqrt{۲}\cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)}$

$= \frac{\sin\frac{\pi}{۶} - ۲\cos ۶۰^\circ}{-\tan\frac{\pi}{۴} - \sqrt{۲}\cos ۴۵^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲} - ۲(\frac{۱}{۲})}{-۱ - \sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})} = \frac{\frac{۱}{۲} - ۱}{-۱ - ۱} = \frac{-\frac{۱}{۲}}{-۲} = \frac{۱}{۴}$

ث) $= \cos\frac{۳\pi}{۱۴} + \cos\frac{۵\pi}{۱۴} + \cos\frac{۷\pi}{۱۴} + \cos(\pi - \frac{۵\pi}{۱۴}) + \cos(\pi - \frac{۳\pi}{۱۴}) =$

$= \cancel{\cos\frac{۳\pi}{۱۴}} + \cancel{\cos\frac{۵\pi}{۱۴}} + \cos\frac{۷\pi}{۱۴} - \cancel{\cos\frac{۵\pi}{۱۴}} - \cancel{\cos\frac{۳\pi}{۱۴}} = \cos\frac{۷\pi}{۱۴} = \cos\frac{\pi}{۲} = ۰$

ج) $= \frac{\sin(\pi + \frac{\pi}{۶}) \times \cot(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) - ۳\cos(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)\tan(\pi + \frac{\pi}{۴})}{(\tan(\pi + \frac{\pi}{۶}))^۲ + (\cos(\pi + \frac{\pi}{۴}))^۲}$

$= \frac{-\sin\frac{\pi}{۶} \times \cot ۴۵^\circ - ۳(-\cos ۶۰^\circ) \times \tan\frac{\pi}{۴}}{\tan^۲(\frac{\pi}{۶}) + (-\cos\frac{\pi}{۴})^۲} = \frac{-\frac{۱}{۲} \times ۱ - ۳(-\frac{۱}{۲})(۱)}{(\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲ + (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \frac{-\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲}}$

$= \frac{۱}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۶}{۵}$

۳۷

$$\frac{\sin ۱۶۰^\circ - \cos ۲۰۰^\circ}{\cos ۱۱۰^\circ + \sin ۷۰^\circ} = \frac{\sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) - \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ)}{\cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) + \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ)}$$

$$= \frac{\sin ۲۰^\circ - (-\cos ۲۰^\circ)}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} = \frac{\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}{-\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}$$

$$= \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{-\tan ۲۰^\circ + ۱} = \frac{۰/۳۶ + ۱}{-۰/۳۶ + ۱} = \frac{۱/۳۶}{۰/۶۴} = \frac{۱۳۶}{۶۴} = \frac{۱۷}{۸}$$

۳۸

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\sin(۷\pi + \alpha) = \sin(\cancel{۶\pi} + \pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha - \frac{۷\pi}{۲}) = \cos(\alpha - \frac{۷\pi}{۲} + \frac{۸\pi}{۲}) = \cos(\alpha + \frac{\pi}{۲}) = -\sin\alpha$$

$$\rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha - \sin\alpha} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \frac{-\cos\alpha}{-۲\sin\alpha} = \frac{۱}{۶} \rightarrow \frac{۲\sin\alpha}{\cos\alpha} = ۶ \rightarrow ۲\tan\alpha = ۶ \rightarrow \boxed{\tan\alpha = ۳}$$

۳۹

الف) $-۱ \le \sin x \le ۱ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \le ۳\sin x \le ۳ \xrightarrow{-۱} -۴ \le ۳\sin x - ۱ \le ۲$

$\rightarrow -۴ \le y \le ۲ \rightarrow R_y = [-۴, ۲]$

ب) $-۱ \le \cos x \le ۱ \xrightarrow{\times(-۴)} ۴ \ge -۴\cos x \ge -۴ \xrightarrow{+۲} ۶ \ge ۲ - ۴\cos x \ge -۲$

$\rightarrow ۶ \ge y \ge -۲ \rightarrow R_f = [-۲, ۶]$

پ) $-۱ \le \sin x \le ۱ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۰ \le \sin^۲ x \le ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۰ \le ۳\sin^۲ x \le ۳$

$\xrightarrow{-۲} -۲ \le ۳\sin^۲ x - ۲ \le ۱ \to -۲ \le y \le ۱ \to R_h = [-۲, ۱]$

ت) $-۱ \le \cos(x - \frac{\pi}{۳}) \le ۱ \xrightarrow{\times(-۲)} ۲ \ge -۲\cos(x - \frac{\pi}{۳}) \ge -۲ \xrightarrow{+۱}$

$۳ \ge ۱ - ۲\cos(x - \frac{\pi}{۳}) \ge -۱ \to ۳ \ge y \ge -۱ \to R_y = [-۱, ۳]$

۴۰

$-۱ \le \sin(x + \frac{۲\pi}{۳}) \le ۱ \xrightarrow{\times(-۲)} ۲ \ge -۲\sin(x + \frac{۲\pi}{۳}) \ge -۲ \xrightarrow{+۳}$

$۵ \ge -۲\sin(x + \frac{۲\pi}{۳}) + ۳ \ge ۱ \to ۵ \ge y \ge ۱$ $\nearrow$ $\boxed{y_{max} = ۵}$ $\quad \searrow$ $\boxed{y_{min} = ۱}$

۴۱

$$\frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(۳\pi + \theta)} = \frac{\sin\theta - (-\cos\theta)}{\sin\theta - (-\sin\theta)} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{۲\sin\theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{\frac{۲\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\tan\theta + ۱}{۲\tan\theta} = \frac{۰/۲ + ۱}{۲(۰/۲)} = \frac{۱/۲}{۰/۴} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

۴۲

$\cos ۲۸۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ$, $\sin ۲۵۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$

$\sin ۵۲۵^\circ = \sin(\cancel{۳۶۰^\circ} + ۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ$, $\sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$

$$\to \frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ - (-\cos ۱۵^\circ)}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ} = \frac{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} + \frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} - \frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}} = \frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱}$$

$$= \frac{۰/۲۸ + ۱}{۰/۲۸ - ۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = \frac{۱۲۸}{-۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

۴۳

الف) $\begin{cases} y_۱ = \sin(۴\pi - x) = \sin(-x) = -\sin x \\ y_۲ = \cos(x + \frac{۳\pi}{۲}) = \sin x \end{cases}$ $\to y_۱ \ne y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند

ب) $\begin{cases} y_۱ = \sin(\frac{۳\pi}{۲} + x) = -\cos x \\ y_۲ = \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases}$ $\to y_۱ = y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند

پ) $\begin{cases} y_۱ = \sin(\pi - x) = \sin x \\ y_۲ = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - x) = -\sin x \end{cases}$ $\to y_۱ \ne y_۲ \to$ دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند

۴۴

الف) $\to x + ۲۰^\circ + x = ۹۰^\circ + (k \times ۳۶۰^\circ)$

$k = ۰ \to ۲x = ۷۰^\circ \to \boxed{x = ۳۵^\circ}$

$k = ۱ \to ۲x + ۲۰ = ۴۵۰^\circ \to ۲x = ۴۳۰^\circ \to \boxed{x = ۲۱۵^\circ}$

$k = ۲ \to ۲x + ۲۰ = ۸۱۰^\circ \to ۲x = ۷۹۰^\circ \to x = ۳۹۵^\circ \to x = ۳۵^\circ$ تکراری

ب) $x+\frac{\pi}{۱۸}+\frac{۲\pi}{۹}+x=\frac{\pi}{۲}+۲k\pi$

$k=۰\rightarrow ۲x+\frac{۵\pi}{۱۸}=\frac{\pi}{۲}\rightarrow ۲x=\frac{۴\pi}{۱۸}\rightarrow ۲x=\frac{۲\pi}{۹}\rightarrow \boxed{x=\frac{\pi}{۹}}$

$k=۱\rightarrow ۲x+\frac{۵\pi}{۱۸}=\frac{\pi}{۲}+۲\pi\rightarrow ۲x=\frac{۴۰\pi}{۱۸}\rightarrow ۲x=\frac{۲۰\pi}{۹}\rightarrow \boxed{x=\frac{۱۰\pi}{۹}}$

$k=۲\rightarrow ۲x+\frac{۵\pi}{۱۸}=\frac{\pi}{۲}+۴\pi\rightarrow ۲x=\frac{۷۶\pi}{۱۸}\rightarrow ۲x=\frac{۳۸\pi}{۹}$

$\rightarrow x=\frac{۱۹\pi}{۹}\rightarrow x=۲\pi+\frac{\pi}{۹}\rightarrow x=\frac{\pi}{۹}$ تکراری

۴۵

زاویه x / نسبت	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
$\sin x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$
$\cos x$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
$\tan x$	$-\sqrt{۳}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	$-\sqrt{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
$\cot x$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	-۱	$-\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\sqrt{۳}$

۴۶

الف) $=\frac{۳\sin(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)-\sqrt{۲}\cos(\pi+\frac{\pi}{۴})+\cos(۳۶۰^\circ-۶۰^\circ)}{-\cot(۱۳۵^\circ)-\sqrt{۳}\tan(\pi-\frac{\pi}{۶})}$

$=\frac{۳\sin ۳۰^\circ-\sqrt{۲}(-\cos\frac{\pi}{۴})+\cos(-۶۰^\circ)}{-\cot(۱۸۰^\circ-۴۵^\circ)-\sqrt{۳}(-\tan\frac{\pi}{۶})}=\frac{۳\sin ۳۰^\circ+\sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۴}+\cos ۶۰^\circ}{\cot ۴۵^\circ+\sqrt{۳}\tan\frac{\pi}{۶}}$

$=\frac{۳(\frac{۱}{۲})+\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})+\frac{۱}{۲}}{۱+\sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۳})}=\frac{\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۲}+\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{۳}{۳}}=\frac{۳}{۲}$

ب) $=\frac{۲\sin(\pi+\frac{\pi}{۶})\times\tan(\pi+\frac{\pi}{۴})-\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})\times\tan(۲\pi-\frac{\pi}{۳})}{\cos^۲(۲\pi-\frac{\pi}{۴})+\cot^۲(\pi+\frac{\pi}{۳})}$

$=\frac{۲(-\sin\frac{\pi}{۶})\times\tan(\frac{\pi}{۴})-(-\cos\frac{\pi}{۶})(-\tan\frac{\pi}{۳})}{\cos^۲\frac{\pi}{۴}+\cot^۲\frac{\pi}{۳}}=\frac{۲(-\frac{۱}{۲})(۱)-(\frac{\sqrt{۳}}{۲})(\sqrt{۳})}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲+(\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲}$

$=\frac{-\frac{۲}{۲}-\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}}=\frac{-\frac{۵}{۲}}{\frac{۵}{۶}}=-\frac{۶}{۲}=-۳$

پ) $۲(-\sin\alpha)+۷\sin\alpha-۳\sin\alpha=-۲\sin\alpha+۷\sin\alpha-۳\sin\alpha=۲\sin\alpha$

ت) $=-\cos\alpha-\cancel{\cot\alpha}+۳(-\cos\alpha)+\cancel{\cot\alpha}=-۴\cos\alpha$

ث) $=\sqrt{۳}\cot(\cancel{۲\pi}+\frac{\pi}{۳})+۲\sin(\cancel{۶\pi}+\frac{۲\pi}{۳})+۲\cos(\cancel{۲\pi}-\frac{\pi}{۳})\times\tan(\cancel{۱۶\pi}+\frac{۲\pi}{۳})$

$=\sqrt{۳}\cot\frac{\pi}{۳}+۲\sin(\pi-\frac{\pi}{۳})+۲\cos\frac{\pi}{۳}\times\tan(\pi-\frac{\pi}{۳})$

$$= \sqrt{۳}\cot\frac{\pi}{۳} + ۲(\sin\frac{\pi}{۳}) + ۲\cos\frac{\pi}{۳} \times (-\tan\frac{\pi}{۳})$$

$$= \sqrt{۳}(\frac{\sqrt{۳}}{۳}) + ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + ۲(\frac{۱}{۲})(-\sqrt{۳}) = ۱ + \sqrt{۳} - \sqrt{۳} = ۱$$

ج) $$\frac{\tan(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)\cos(۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) - \sin(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ)\cos(۳۶۰^\circ - ۴۵^\circ)}{\cot(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)\sin(۳۶۰^\circ - ۳۰^\circ) - \cos(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ)\tan(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ)}$$

$$= \frac{-\tan ۶۰^\circ(-\cos ۳۰^\circ) - (-\sin ۴۵^\circ)\cos ۴۵^\circ}{-\cot ۴۵^\circ(-\sin ۳۰^\circ) - (-\cos ۶۰^\circ)\tan ۴۵^\circ} = \frac{(-\sqrt{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\frac{\sqrt{۲}}{۲})}{(-۱)(-\frac{۱}{۲}) - (-\frac{۱}{۲})(۱)}$$

$$= \frac{\frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

چ) $$= ۳\tan(\cancel{۶\pi} + \frac{۵\pi}{۶}) - \sin(\cancel{۱۰\pi} - \frac{\pi}{۴}) + \cos(\cancel{۶\pi} + \frac{۳\pi}{۴}) - \cot(\cancel{۱۰\pi} + \frac{۴\pi}{۳})$$

$$= ۳\tan(\pi - \frac{\pi}{۶}) - \sin(-\frac{\pi}{۴}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{۴}) - \cot(\pi + \frac{\pi}{۳})$$

$$= ۳(-\tan\frac{\pi}{۶}) + \sin\frac{\pi}{۴} + (-\cos\frac{\pi}{۴}) - \cot\frac{\pi}{۳}$$

$$= ۳(-\frac{\sqrt{۳}}{۳}) + \frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۲}} - \frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۲}} - \frac{\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

ح) $$= ۵\sin^۲(\cancel{۲\pi} - \frac{\pi}{۴}) + ۲\tan^۲(\pi + \frac{\pi}{۳}) + ۳\cos(\cancel{۲\pi} + \frac{۲\pi}{۳}) - \cot^۲(\pi + \frac{\pi}{۶})$$

$$= ۵(-\sin\frac{\pi}{۴})^۲ + ۲(\tan\frac{\pi}{۳})^۲ + ۳\cos(\pi - \frac{\pi}{۳}) - (\cot\frac{\pi}{۶})^۲$$

$$= ۵(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ + ۲(\sqrt{۳})^۲ + ۳(-\frac{۱}{۲}) - (\sqrt{۳})^۲$$

$$= ۵(\frac{۱}{۲}) + ۲(۳) - \frac{۳}{۲} - ۳ = \frac{۵}{۲} + ۶ - \frac{۳}{۲} - ۳ = ۴$$

۴۷

$$\frac{\sin(\cancel{۴\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) + ۲\cos(\cancel{۶\pi} + \pi - \alpha)}{۲\cos(\cancel{۲\pi} + \frac{۳\pi}{۲} + \alpha) - ۳\sin(\cancel{۱۶\pi} + \pi + \alpha)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos\alpha + ۲(-\cos\alpha)}{۲\sin\alpha - ۳(-\sin\alpha)} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow \frac{-۳\cos\alpha}{۵\sin\alpha} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow ۵\sin\alpha = -۳۰\cos\alpha$$

$$\rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-۳۰}{۵} \rightarrow \boxed{\tan\alpha = -۶}$$